第 5 章

平面図形

平面図形、立体図形の問題は「高専入試の鬼門」である。我々は塾の先生たちなので、「大丈夫！」「やればできる！」なんてことを言いたくなるところなのだが、そんな期待をもたせるようなことばかり言っても仕方がないので言うが、往々にして図形の問題は「解くのに練習が必要」なことが多い。

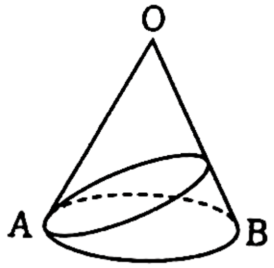
しかし、「現実的な得点法」に関するアドバイスはできる。**後半の小問にあまり執着しない**ことである。

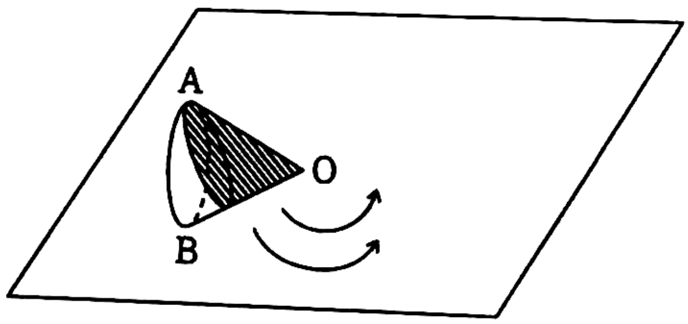
高専入試では特にそうなのだが、各大問の後半の小問に難問が集中する傾向がある。そして、図形の問題は特にそうなのである。一時期。。。そう、H26-H28 年くらいにかけてだったと思うが、特に最後の大問の図形の問題の「最後の小問」が異様なまでに難しいことが多くなったことがあった。正直、それらの問題を解くときは我々講師ですら頭を抱えてしまうほどがったのを覚えている。

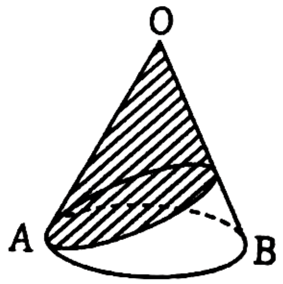
最近でこそそのような傾向は薄くなってきたのだが、決して油断はできない。そこでおすすめなのが、「小問の前半でとにかく正答して稼ぐ」という作戦だ。これは他の大問でももちろん通じる作戦ではあるのだが、図形の問題に関しては特に有効である。というのも、「図形の後半は特に正答率が下がる」からだ。そのような問題はいっそ捨ててしまって、前半の小問で着実に点数を稼ぐというのも、有効な手立てだと言えるではないか。

さて、ラストスパートだ。頑張っていこう。

例題 1. 下の図のような、底面の半径 2, 高さ $4\sqrt{2}$ の円すいがあります。次の問に答えなさい。なお、線分 AB は底面の A の直径です。







問 1. OA の長さは $\boxed{\text{ア}}$ である。

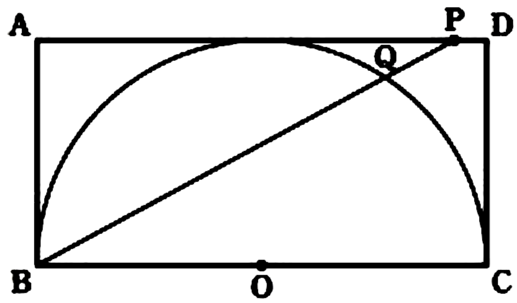
問 2. 点 A から円すいの側面にそって 1 周する経路のうち、最も短い経路（最短経路）の長さは $\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

問 3. 問 2 で求めた最短経路に沿って、この円すいの側面を 2 つの部分に分けます。そのうち、O を含む方の側面を T(図の斜線部分) とします。円すいを側面が平面に接するように置き、平面上を O を中心にすべらずに転がしたとき、円すいが元の位置にくるまでに平面上で T が通過した部分の面積は $\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。

例題 2.

図 1 で、四角形 ABCD は、AB= 6cm、BC= 12cm の長方形である。

図 1



辺 BC を直径とする半円 O の $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ は、2 つの頂点 B,C を通る直線に対して頂点 A と同じ側にある。

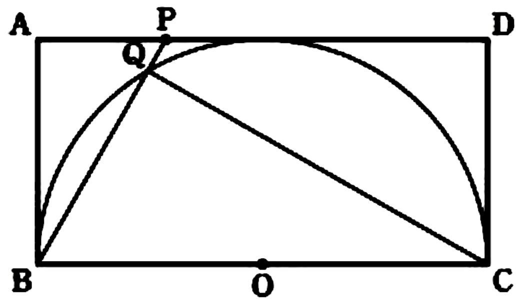
点 P は、辺 AD 上にある点で、頂点 A に一致しない。

頂点 B と点 P を結んだ線分と、$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ との交点のうち、頂点 B と異なる点を Q とする。次の各問に答えよ。

問 1. **図 1** において、$\angle \mathrm{PBC} = a^\circ$ とするとき、$\overset{\frown}{\mathrm{CQ}}$ の長さは $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}\pi a$ cm である。ただし、π は円周率とする。

問 2. **図 2** は、**図 1** において、頂点 C と点 Q を結んだ場合を表している。

図 2



次の (i), (ii) に答えよ。

(i) 以下の ΔABP $\backsim$ ΔQCB の証明を完成させよ。**カ**は専用の選択肢から答えを選び、**エ**、**オ**は当てはまる数値を答えよ。

> ΔABP と ΔQCB において、
> 四角形 ABCD は長方形だから、$\angle$PAB= 90°
> 半円の弧に対する円周角だから、$\angle$BQC= $\boxed{\text{エオ}}$°
> よって、$\angle$PAB = $\angle$BQC $\cdots$ ①
> 長方形の対辺は平行だから、AD//BC
> 平行線の錯角は等しいから、$\boxed{\text{カ}}$ $\cdots$ ②
> ①, ②より、２組の角がそれぞれ等しいから、ΔABP $\backsim$ ΔQCB である。(証明終)

$\boxed{\text{カ}}$ の選択肢

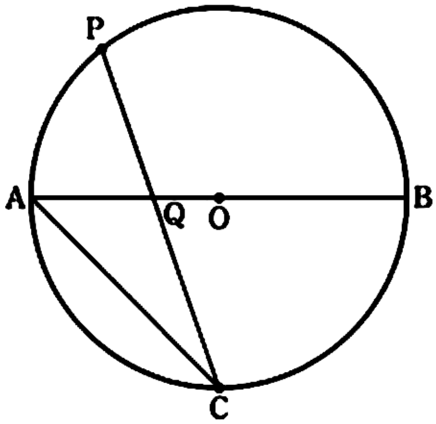
① $\angle$APB= $\angle$BCQ　② $\angle$APB= $\angle$ABP
③ $\angle$DCQ= $\angle$APB　④ $\angle$APB= $\angle$QBC

(ii) AP:PD= 1 : 3 のとき、線分 PQ の長さは $\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ cm である。

例題 3.

図 1 で、点 O は線分 AB を直径とする円の中心である。

図 1



点 C は円 O の周上にある点で, $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ である。

点 P は、点 C を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 上にある点で、点 A、点 B のいずれにも一致しない。

点 A と点 C、点 C と点 P をそれぞれ結び、線分 AB と線分 CP の交点を Q とする。次の各問に答えよ。

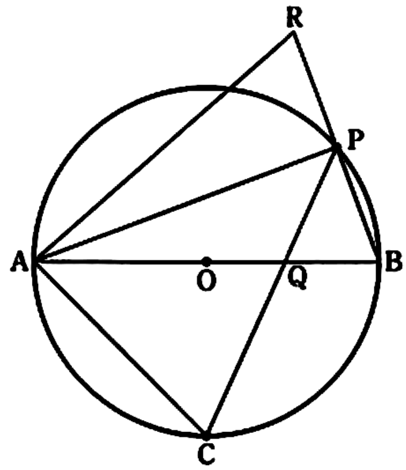
問 1. **図 1** において、$\angle\mathrm{ACP}=a^\circ$ とするとき、$\angle\mathrm{AQP}$ の大きさは $\boxed{\text{ア}}{}^\circ$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ の選択肢

① $(60-a)$　② $(90-a)$　③ $(a+30)$　④ $(a+45)$

問 2. **図 2** は、**図 1** において、点 A と点 P、点 B と点 P をそれぞれ結び、線分 BP を P の方向に伸ばした直線上にあり BP=RP となる点を R とし、点 A と点 R を結んだ場合を表している。

図 2



次の (i), (ii) に答えよ。

(i) 以下の ΔABP≡ ΔARP であることの証明を完成させよ。**カ**は専用の選択肢から答えを選び、イ、ウ、エ、オは当てはまる数値を答えよ。

ΔABP と ΔARP において、
仮定より BP=RP$\cdots$①
直径に対する円周角なので、$\boxed{\text{イウ}}$ $\cdots$②
よって、$\angle$APR= $\boxed{\text{エオ}}$ ° $\cdots$③
②, ③ より、$\angle$APB= $\angle$APR $\cdots$④
共通な辺なので、$\boxed{\text{カ}}$ = $\boxed{\text{カ}}$ $\cdots$⑤
①,④, ⑤より、２辺とその間の角がそれぞれ等しいので、ΔABP≡ ΔARP（証明終）

$\boxed{\text{カ}}$ の選択肢

① AR　② AP　③ AB　④ BR

(ii) $\overset{\frown}{\text{BC}}$= 2 $\overset{\frown}{\text{BP}}$ のとき、ΔACQ の面積は、四角形 AOPR の面積の $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ 倍である。