

第2章

整数と規則性

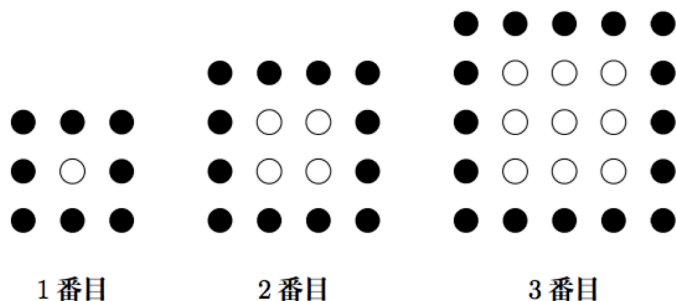
整数と規則性の問題は高専入試において頻出の問題なのだが、けっこう、「過去問パターン勝負」が通じないように工夫されている印象が強い。

しかし、整数と規則性の問題は単なる「見掛け倒し」であることが往々にしてあるのだ。「見掛け倒し」というくらいなので、当然「パッと見」は何だかすさまじく入り組んだ問題に見えることがある。それによって面食らって戦意喪失してしまう学生も多い。

が、それはあまりにも勿体ないのだ。大問の最後の難しめの小問は別としておいても、その他の比較的難易度の低い小問はむしろボーナス問題として捉えても良いくらいのもものが多かったりする。

大事なのは「問題文の理解」と「整数と規則性のお作法」の習得。これは整数と規則性の問題に限った話ではないけれど、結局の所「問題文を理解」できて、「お作法（道具立て）」がわかってしまえば、数学の問題なんてどんなに複雑だろうがある程度歯が立つのだ。小手先のパターン勝負に頼らずに、どんな問題にも歯が立つ底力を見に付けていこう。

例題 1. 下の図のように，1 番目，2 番目，3 番目,... のように，同じ大きさの白と黒のご石をある規則に従って並べて図形を作っていく．このとき，次の問に答えなさい．



(1) 5 番目の図形には，黒のご石は アイ 個、白のご石 ウエ 個使われている。

(2) n 番目の図形使われている黒のご石の個数を n を使った式で表すと、

$$\text{オ} n + \text{カ} \text{ 個。}$$

(3) n 番目の図形使われている白のご石の個数を n を使った式で表すと、

$$n \text{ キ 個。}$$

(4) 黒のご石が 120 個使われている図形では，白のご石は クケコ 個使われている。

例題 2. 与えられた自然数について、次のルールに従って繰り返し操作を行う。

- その自然数が偶数ならば 2 で割る。
- その自然数が奇数ならば 3 を足す。

例えば、与えられた自然数が 10 のとき、

10 → 5 → 8 → 4 → 2 → 1 → ...
1 回目の操作 2 回目の操作 3 回目の操作 4 回目の操作 5 回目の操作 6 回目の操作

となり、5 回目の操作ではじめて 1 が現れる。このとき、次の問に答えよ。

(1) 与えられた自然数が 7 のとき、はじめて 1 が現れるのは 回目の操作のあとである。

(2) 1 から 9 までの自然数の中で、何回操作を行っても 1 が現れない自然数をすべて求めると、

, ,

(3) 与えられた自然数が 4 のとき、8 回目の操作のあとで現れる自然数は、 である。

(4) 与えられた自然数が 4 のとき、25 回目の 1 が現れるのは、 回目の操作のあとである。

例題 3. 自然数を 2 乗,3 乗,4 乗,... したときの一の位の数を考える。例えば,3 を 3 乗すると

$$3^3 = 27$$

になるので,一の位の数は 7 である。このようにして調べた一の位の数を表 1 のようにまとめた。

表 1: 自然数を 2 乗, 3 乗, 4 乗, ... したときの一の位の数

自然数	1	2	3	4	5	6	...
2 乗	1	4	9	6	5	6	...
3 乗	1	8	7	4	5
4 乗	1	ア	1	6	5
5 乗	1	2	3	4	5
...

次の (1)~(3) に答えなさい。

(1) 表の **ア** に当てはまる数を答えなさい。

(2) 1 または 5 のように,2 乗,3 乗,4 乗,...したときの一の位の数がいつも同じである自然数はいろいろ考えられる。このような自然数のうち,1,5 以外の自然数で 10 未満のものは **イ** のみである。

(3) 与えられた自然数が 4 のとき,8 回目の操作のあとで現れる自然数は, **ウ** である。

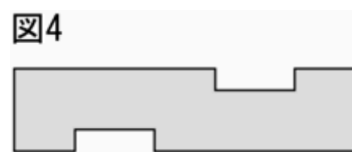
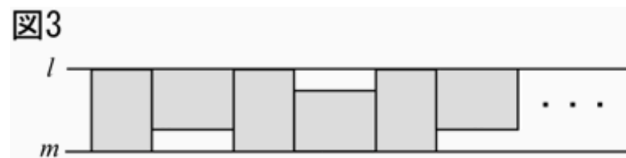
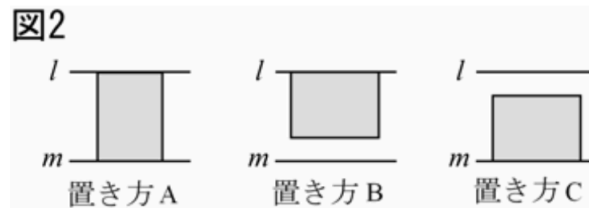
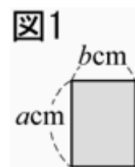
(4) 3^{30} の一の位の数の **エ** である。

例題 4.

図 1 のように、縦 acm 、横 bcm で、縦が横より長い長方形のカードがある。距離が acm の 2 本の平行な直線 l, m に対して、カードを図 2 のように 3 通りの置き方をし、左から置き方 A、置き方 B、置き方 C とする。

図 3 のように、カードは左から置き方 A、B、A、C の順に並べ、5 枚目からはそれを繰り返していく。カードは重ねずにつなげて並べ、並べたカード全体で 1 つの図形を作るものとする。

例えば、カード 5 枚でできる図形は図 4 のようになる。



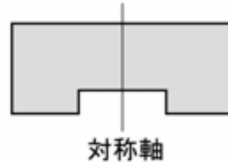
次の (1)~(3) の問いに答えなさい。

(1) 置き方 B のカードだけを左から順番に数える。そのとき、10 枚目の置き方 B のカードは、並べたカード全体で左から **アイ** 枚目である。

(2) 図 5 のように、カード 3 枚でできた図形は、線対称な図形である。カードを 100 枚以上並べて、対称軸が直線 l と垂直になる線対称な図形をつくる。できた線対称な図形の中から、カードの枚数が少ない順に 2 つ選んだとき、それぞれのカードの枚数は

枚、枚である。

図5

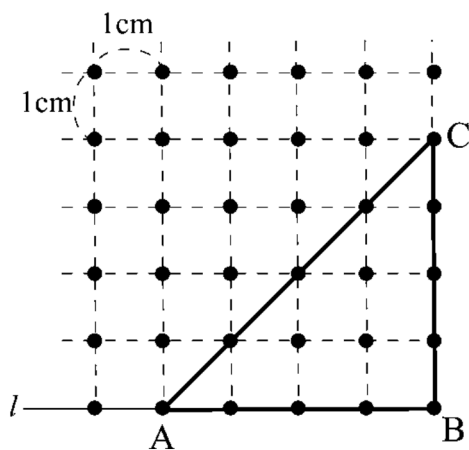


(3) 1枚のカードの周りの長さを24cmとする。このカードを50枚並べて作る図形の周りの長さが710cmのとき、

$$a = \text{ケ}, b = \text{コ}$$

である。

例題 4. 下の図のように、1cm の方眼紙上に等間隔に点が並んでおり、 $AB = a$ cm、 $\angle B = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC がある。ただし、A,B は直線 l 上の点である。



$\triangle ABC$ で、周上の点の個数を x 、内部の点の個数を y としたとき、 a, x, y の関係を表すと以下の表のようになる。

a	1	2	3	4	...
x	3	6	9	12	...
y	0	0	1	3	...

(1) $a = 7$ のとき、 $x =$, $y =$ である。

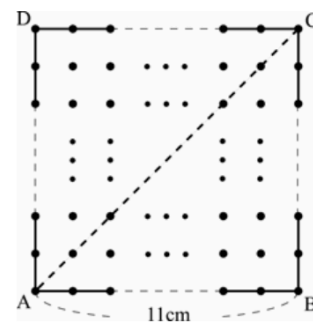
(2) 「 $a = 11$ のとき、 $x + y$ の値を求めなさい。」という問題に対して、花子さんは図を利用して次のように求めた。

花子さんの求め方

直角二等辺三角形 ABC をもとにして、正方形 $ABCD$ を作る。

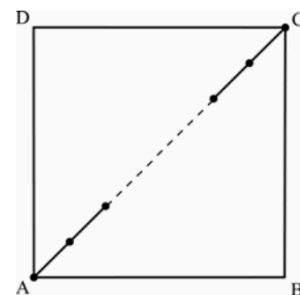
正方形の周上の点と内部の点の個数の和は

(個)……①



正方形 $ABCD$ の対角線 AC 上にある点の個数は

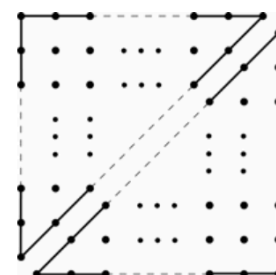
(個)……②



①と②の点の個数の和は、直角三角形 2 つ分の点の個数と等しいから

$x + y =$ (個)

となる。



(3) y を a の式であらわすと、

$$y = \frac{a^2 - \text{シ} a + \text{ス}}{\text{セ}}$$